

Ein Gegenbeispiel zu Erdos 106

Conner Silverstein, Anfang August 2026

Anfang Juli 2026 hörte ich, dass die neueren KI-Modelle wie Fable 5 und ähnliche anfangen, Erdos-Probleme zu knacken. Ich hatte KI bereits genutzt, um mir bei der Suche nach Zahlenfolgen für die OEIS (Online-Enzyklopädie der Zahlenfolgen) zu helfen, also fühlte sich das wie ein natürlicher nächster Schritt an.

Mein erster Ansatz war, einfach zu fragen. Ich gab Claude eine Liste von Erdos-Problemen und bat ihn, sie danach zu ordnen, welche seiner Meinung nach am einfachsten zu beweisen oder zu widerlegen seien. Ich fing mit #307 an. Kein Glück. Claude gab schließlich zu, dass das Problem schwieriger war, als er ursprünglich dachte. Ich ging zu einem anderen über. Wieder dasselbe Eingeständnis. Dann gingen wir zu #348 über, und da wurde es teuer.

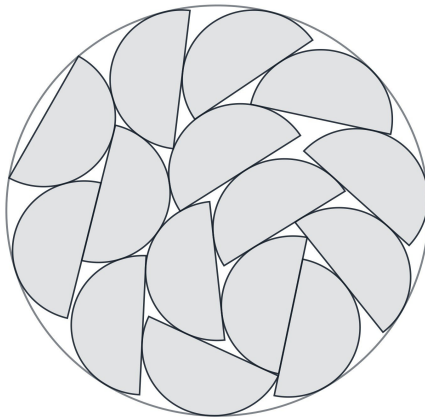
348 war dasjenige, das wehtat. Claude redete mir immer wieder ein, die Lösung sei in Sicht, also warf ich immer mehr Token und Rechenleistung darauf. Als er schließlich aufgab, war ich schockiert, als ich feststellte, dass ich 450 Dollar ausgegeben hatte. Das war ein echter Rückschlag. Ich beschloss, eine Pause einzulegen und meine Methoden zu überdenken, bevor ich es erneut versuchte – aber nicht ohne vorher alles, was ich herausge-

funden hatte, in die Kommentare auf der Seite von #348 zu packen. Falls jemand anderes den Faden aufnimmt, verschaffen ihm meine 450 Dollar wenigstens einen Vorsprung.

Dann, am 19. Juli 2026, fand jemand ein Gegenbeispiel zur Jacobi-Vermutung. Das war die Offenbarung. Ich war die Sache völlig falsch angegangen. Eine Vermutung zu beweisen, bedeutet, jede Tür zu schließen. Ein Gegenbeispiel zu finden, bedeutet, eine einzige offene Tür zu finden. Für viele dieser Probleme braucht man genau ein Objekt, einen Graphen, eine Sequenz oder eine Packung, und das ganze Konstrukt stürzt ein. Also fing ich noch einmal ganz von vorne an, und dies ist genau der Prompt, den ich Claude gab: **Hallo Claude, ich bin bereit, ein neues Erdos-Problem zu lösen.** Ich muss in der Lage sein, das Problem zu verstehen. Du musst glauben, dass es möglich ist, ein Gegenbeispiel zu finden und das Problem so zu lösen. Gib mir eine Tabelle mit 20 Erdos-Problemen, geordnet nach deiner Präferenz. Irgendwelche Fragen?

Er lieferte eine Tabelle mit 20 Problemen, und 106 stand darauf. Aber zunächst war ich nicht daran interessiert. Stattdessen lenkte ich Claude auf 375. Wir diskutierten eine Weile hin und her, und langsam dämmerte mir, dass es hoffnungslos war. Der Umweg, der sich als der eigentliche Punkt herausstellte

Anstatt Token für ein weiteres Problem zu verbrennen, änderte ich komplett die Strategie und richtete Claude auf eine Packungs-Herausforderung (Packing Challenge), die ich auf Twitter gesehen hatte: Packe 15 Einheits-Halbkreise in den kleinstmöglichen umschließenden Kreis; die Punktzahl ist der Radius, je kleiner, desto besser. Man reicht ein JSON-Array mit 15 Platzierungen ein (Mittelpunktskoordinaten und ein Orientierungswinkel für jeden) und es wird sofort auf Überlappungen und Eingrenzung geprüft und bewertet. Halbkreise sind fieser als ganze Kreise, weil die flache Kante die Symmetrie bricht, was bedeutet, dass seltsame asymmetrische Anordnungen die offensichtlichen schlagen können.



Daran arbeiteten wir ein paar Tage lang. Ich baute einen Evolutionsalgorithmus, ließ ihn laufen, optimierte ihn und konnte nie ganz mit den Führenden auf der Para-

digm-Rangliste gleichziehen. Schließlich gab ich auch das auf. Also öffnete ich eine neue Sitzung und fragte:

Ich möchte ein neues Erdos-Problem lösen. Es muss ungelöst sein. Wir müssen es durch ein Gegenbeispiel lösen. Erstelle eine Tabelle der 20 vielversprechendsten Probleme. Beschreibe in der Tabelle die Probleme so, als wäre ich ein Sechstklässler. Diese letzte Bedingung ist entscheidend.

Ich arbeite nur an Problemen, die ich auch tatsächlich verstehe. Ich bin kein professioneller Mathematiker, sondern ein Freizeitmathematiker, und wenn ich die Aussage nicht im Kopf behalten kann, kann ich auch nicht beurteilen, ob die Suche etwas Sinnvolles tut oder sich in eine Sackgasse manövriert.

Claude erstellte die Tabelle, und 106 war wieder dabei. Nur wies er dieses Mal auf etwas hin, das ich nicht bedacht hatte: Die Arbeit an der Halbkreis-Packung, die wir gerade gemacht hatten, ließ sich direkt darauf anwenden.

Zu den vorgeschlagenen Kandidaten gehörten die Nummern 993, 848, 488, 64 (\$ 1000 von Erdos dafür ausgelobt) und auch 106. Bei 106 schrieb Fable:

Packe k^2+1 nicht-überlappende Quadrate in ein 1×1 Quadrat. Addiere die Seitenlängen. Bei 10 Quadraten kann man die 3 immer noch nicht schlagen (was 9 Quadrate ergibt). Gesucht ist eine Packung von k^2+1 Quadraten, die k schlägt. Man muss geneigte Quadrate verwenden. Baek-Koizumi-Ueoro haben den achsenparallelen Fall gerade eliminiert, also ist Neigung der einzige verbleibende Weg und niemand hat ihn intensiv erforscht. Gleiche Form wie deine Halbkreis-Engine: Gradientenkompression + Insel-Evolution lässt sich direkt einsetzen. Wahrscheinlichkeit, dass es k^2+1 -Beispiel gibt, ist: $\sim 8\%$.

Ich antwortete: *"Lass uns zuerst 106 versuchen, da wir gerade das Packungs-Problem gemacht haben."*

Hier ist noch einmal anschaulich das gesamte Problem: Nimm ein quadratisches Stück Papier, 1 mal 1 Einheit groß. Packe nun kleinere Quadrate hinein. Sie dürfen sich nicht überlappen und nicht über den Rand hinausragen, aber sie müssen den Raum nicht ausfüllen, Lücken sind in Ordnung. Addiere nun die Seitenlängen deiner Quadrate. Nicht die Flächen. Miss nur eine Kante jedes Quadrats und summiere sie.

Wenn dir 9 Quadrate zur Verfügung stehen, ist der offensichtliche Spielzug ein 3×3 Raster: neun Quadrate, jedes $1/3$ breit. Gesamte Seitenlänge: $9 \times 1/3 = 3$. Sau-

ber, kein verschwendeter Platz. Jetzt gebe ich dir ein zehntes Quadrat. Schneidest du besser ab?

Dein Bauchgefühl sagt offensichtlich ja: mehr Quadrate, mehr Kanten zum Addieren. Aber so funktioniert das nicht. Um Platz für ein zehntes Quadrat zu schaffen, muss man einige der anderen schrumpfen lassen, und dieses Schrumpfen kostet mehr, als das neue Quadrat zurückgibt. Erdos vermutete, dass man mit 10 Quadraten niemals die 3 schlagen kann. Allgemeiner formuliert: Mit k^2+1 Quadraten kann man niemals k schlagen. Das zusätzliche Quadrat ist immer verschwendet.

Und hier kommt der frustrierende Teil und der Grund, warum dies ein echtes Problem ist und kein offensichtliches. Es gibt eine grundlegende Ungleichung (Cauchy-Schwarz), die eine harte Obergrenze setzt: n Quadrate können in der Summe höchstens $\sqrt{n}$ ergeben. Für 10 Quadrate liegt diese Grenze bei $\sqrt{10} \approx 3,162$. Die Mathematik verbietet also nicht eine Summe von 3,05 oder 3,001. Sie besagt nur, dass noch nie jemand eine gefunden hat. Dieses schmale Band zwischen 3 und 3,162 ist genau der Bereich, in dem ein Gegenbeispiel liegen muss, und jahrzehntelang hatte niemand etwas darin platziert.

Noch ein weiteres Detail. Letztes Jahr bewiesen Baek, Koizumi und Ueoro die Vermutung für achsenparallele

Packungen, was bedeutet, dass jedes Quadrat bündig mit dem Papier ausgerichtet ist. Wenn also ein Gegenbeispiel existiert, muss zumindest ein Quadrat darin geneigt sein. Das schloss 99 % des Suchraums aus und richtete einen riesigen Pfeil auf die verbleibenden 1 %. Und das Packen geneigter Formen war genau das, wofür ich gerade eine Woche lang die Werkzeuge gebaut hatte.

Beachte auch: Für $n = 16$ liegt die Obergrenze exakt bei $\sqrt{16} = 4$. Das 4×4 -Raster erreicht sie. Dort gibt es absolut keinen Spielraum. Diese Tatsache wird später noch wichtig.

Die Lösung

Ich ließ es laufen und sah zu. Etwa fünfzig Minuten später dachte Claude (das Bruderprogramm von Fable) Folgendes: Ich habe etwas Bedeutsames gefunden: $n=17$ zeigt einen TREFFER mit einem Überschuss von 0,0000208, was viel zu groß ist, um ein Fließkomma-Rauschen zu sein. Und die Fläche beträgt 0,9759, also hat es den Zertifizierungsscheck bestanden. Der berechnete Wert ist 4,000020811462 gegenüber dem Ziel von 4. Ich muss dies sorgfältig untersuchen, um festzustellen, ob es ein echtes Ergebnis oder ein Artefakt ist.

Und dann setzte sofort die Paranoia ein: Dieser Fall ist anders: alle 17 Quadrate sind nicht-entartet, nur eines ist geneigt ($1,74^\circ$), die rigorose Verletzung ist 7,9 mal 10

hoch -16 (Maschinengenauigkeit), und die zertifizierte Gesamtsumme ist $4,0000208 > 4$. Mein Zertifizierer sagt, es schlägt das Ziel. Bevor ich das glaube, muss es durch eine Methode verifiziert werden, die keinen Code mit dem Zertifizierer teilt. SAT und mein Eingrenzungstest könnten beide auf dieselbe Weise falsch liegen.

Zwei unabhängige Methoden stimmten überein. Die Kontrollen funktionierten: Ein bekannt gutes Raster wurde validiert, eine absichtlich überlappende Packung wurde erwischt. Und dann eines der lustigsten Dinge, die eine KI je zu mir gesagt hat:

“Dass eine 90 Jahre alte Erdos-Vermutung in einer Stunde fällt, ist viel wahrscheinlicher ein Fehler meinerseits als ein echtes Ergebnis.”

Danach überprüfte er sich selbst noch eine ganze Weile. Er durchlief den Neigungswinkel, um zu prüfen, ob der Überschuss als glatte Kurve (echte Geometrie) oder als Spitze (numerisches Artefakt) erschien. Er ließ die gesamte Pipeline erneut gegen jeden bewiesenen Wert der Funktion bis $n=26$ laufen, um zu bestätigen, dass der Solver nie eine bekannte Grenze überschritt. Schließlich landete er hier: [ausgelagert auf die Website zum Buch]. ... Der Gewinn 0,000124 ist genau der Überschuss. Seine Kanten verlaufen gleichzeitig durch zwei Ecken, was es zu einem richtig eingeschränkten Optimum und nicht zu einem numerischen Zufall macht.

Das ist das gesamte Gegenbeispiel, und es ist fast schon absurd physisch. Ein Quadrat klemmt in einem Spalt. Die Ecke eines Nachbarn ist im Weg. Rotiere es um sieben Grad und seine eigene Ecke rutscht am Hindernis vorbei, sodass es um Haaresbreite breiter werden kann. Dieses Haar ist 0,000124 wert, und 0,000124 ist mehr als null, und mehr als null ist alles, was man braucht. [IA: Das 17er-Beispiel ist auf dem Backcover dieses Buchs abgebildet.]

Der Trick, der es exakt machte, ist erwähnenswert: (255, 32, 257) ist ein pythagoreisches Tripel, also ist $\cos \theta = 255/257$ und $\sin \theta = 32/257$ eine exakte Rotation um $7,153^\circ$. Jede Koordinate und die Endsumme bleibt eine rationale Zahl. Kein Fließkomma irgendwo im Zertifikat, nur 17 rationale Zahlen, die man von Hand überprüfen kann.

Und die Kontrolle, die mich überzeugte: Derselbe Code, ausgeführt auf derselben lückenhaften Struktur bei $n=16$, sättigt exakt bei 4,000000000000. Er stoppt genau an der Grenze, von der Cauchy-Schwarz beweist, dass sie unerschlagbar ist. Hätte die Pipeline einen Fehler gehabt, der künstlich einen Überschuss erzeugt, wäre $n=16$ ebenfalls durchgesickert. Tat es aber nicht.

Ich habe das Ergebnis noch am selben Tag auf meinem GitHub und der Erdosproblems-Website gepostet. Nicht

lange danach bekam ich eine Nachricht von einem pensionierten deutschen Mathematiker, der fragte, ob ich einen kurzen Essay für sein Buch schreiben würde. So ist dieser Text entstanden.

Warum niemand sonst zuerst dorthin kam

Das ist der Teil, den ich immer noch seltsam finde. Ich weiß mit Sicherheit, dass sich andere Leute #106 angesehen haben, und ich weiß, dass sich KI-Systeme – einschließlich DeepMinds AlphaEvolve – das auch angesehen haben, und keines von ihnen hat es gelöst. Ich bin ein QA-Ingenieur, der Mathe zum Spaß macht. Was hatte ich also? Zwei Dinge, denke ich, hoben meinen Versuch ab.

Erstens: Ich suchte nach einem Gegenbeispiel, nicht nach einem Beweis. Alles an dieser Herangehensweise ändert, was die Suche tut. Ein Beweisversuch argumentiert über alle Packungen gleichzeitig. Die Jagd nach einem Gegenbeispiel muss nur einmal, an einem Ort, Glück haben und kann dabei brutal und unschön vorgehen.

Zweitens: Mein Kontextfenster war voller Halbkreise. Als Claude mit #106 begann, trug er noch alles mit sich, was wir beim Scheitern an der Paradigm-Packungsherausforderung gelernt hatten: die Kompressionsroutinen, den Insel-Evolver, die Intuitionen darüber, wie geneigte

Formen Lücken ausnutzen, die ihre Nachbarn hinterlassen. Ich hatte das nicht geplant. Ich hatte diese Woche als Sackgasse abgeschrieben. Es stellte sich als die Voraussetzung heraus. Die 450 Dollar, die ich bei #348 verbrannt hatte, lehrten mich, wann ich aufhören muss; die Woche, die ich mit Halbkreisen verbracht hatte, baute das eigentliche Werkzeug.

Ich möchte auch ehrlich sein, wem die Anerkennung gebührt. Claude hat die Konfiguration gefunden. Ich habe das Problem ausgewählt, die Suchinfrastruktur aufgebaut und betrieben und die Entscheidung getroffen, nach einem Gegenbeispiel statt nach einem Beweis zu suchen. Aber die Neigung, der Spalt, das pythagoreische Tripel, das die ganze Sache exakt machte – das war das Modell. Ich finde nicht, dass das das Ergebnis schmälert, und ich finde nicht, dass es mich größer macht.

Die Marge ist winzig. 4,0001243124 gegen ein Ziel von 4. Wenn ich dir die Packung in Postergröße zeichnen würde, könntest du den Unterschied nicht sehen; das ganze Ergebnis lebt in der Breite eines Bleistiftstrichs. Aber es ist exakt, und eine Vermutung bewertet nicht nach Margen. Entweder man kann die 4 mit 17 Quadraten schlagen oder nicht. Es stellt sich heraus, man kann es.

Einen Monat zuvor war ich mit 450 Dollar im Minus, hatte nichts vorzuweisen und überlegte ernsthaft, ob ich

mich in etwas verrannt hatte, was mich nichts anging. Das Einzige, was ich jedem anderen in dieser Situation sagen würde, ist: Wähle ein Problem, das du tatsächlich einem Sechstklässler erklären kannst, suche nach der *ei-nen* Tür, die offen ist, anstatt zu versuchen, alle zu schließen, und wirf die Arbeit, die nicht geklappt hat, nicht weg. Es ist Kontext, und Kontext ist heute das ganze Spiel.

Die Erdos-Liste ist öffentlich. Die meisten der Probleme sind noch offen, zumindest vorerst. [Kommentar IA: Anfang Oktober 2026 war die Liste der ungelösten Erdos-Probleme deutlich geschrumpft, vor allem durch Beweise mit KI-Hilfe.]



Conner Silverstein (Photo: Family Silverstein)